1997.05.20　経営情報学会「情報ネットワーク社会と組織」研究部会例会資料

Ａ ˇ ｔ　ｉ » Ｉ ｓ　Ł «

EvolutionaryInstabaility of A-equilibrium

東洋大学　旭貴朗
Takao ASAHI, Toyo University
E-mail: asahi@hakusrv.toyo.ac.jp

目次

１．概要
２．基本モデル
３．転職条件付きモデル
４．おわりに

１　概要

進化ゲーム(EvolutionaryGame)は，そもそも数理生物学の道具であったが，生物個体を企業や組織に見たてることによって，社会科学（社会学，経済学，経営学）に応用できる可能性を秘めたものである．経済学でも，比較制度分析（comparativeinstitutionalanalysis）では，進化ゲームをつかって経済体制の比較をおこなう研究がでてきている．また日本でも，１９９７年３月に進化経済学会が発足した．

しかしながら，進化ゲームの社会科学への応用にあたって，数理モデルの定式化にはとくに注意を払うべきである．当然のことながら，モデルが異なれば得られる結果が異なるからである．本稿では，ひとつの先行研究 [青木・奥野 (1996) pp.78-89] を題材に，同じ対象に対して，２つの定式化をおこない，得られる結果を比較する．それにより，先行研究での興味深い結論も覆される可能性があることを論証する．

考察対象は，２つの技能を戦略として取りえる個体からなる２産業社会である．先行研究と同じ（と思われる）条件で，付録１のような手続き型プログラムを作成してシミュレーションを行なった。先行研究では４つの進化的安定状態（Ａ均衡，Ｊ均衡，Ｐ均衡，Ｌ均衡）を得ているが，われわれのシミュレーションでは，Ａ均衡を除く３つの進化的安定状態しか得られなかった．本稿では，シミュレーション結果そのものと，あわせて，Ａ均衡が進化的に不安定な人口分

布であることを，数理的に明らかにする．

2　基本モデル

2．1　シミュレーションの対象

M産業とV産業だけからなる社会を考え，その社会が専門技能Fまたは文脈技能Cをもつ成員だけから成るとする（2産業2技能社会）．彼ら成員は，1対1ランダムマッチングで起業し，生産し，利得を獲得する．シミュレーションの対象は，このような社会（一国）である．

社会の状態を人口比率の組，m = (mCM, mCV, mFM, mFV)とする．たとえば，mCMは文脈技能Cをもち，M産業に従事する成員の人口比率である．各成分をmij と書くことにする．ただし，i = C,F；j = M,V である．また，人口比率がmのときの，個人の期待利得uijは与えられている．各成員は，各期の利得uijに応じて技能変更や産業間移動を行なう．その人口変動のメカニズムとして，本稿では，後述する比例変動ダイナミクスを採用する．

このシミュレーションでは，人口分布mがどのように変動するかを観察する．ある人口分布mが，その近傍のどのような点から出発しても，常にmに戻るような遷移を起こすとき，つまり，mが上のダイナミクスのもとで安定な点であるとき，「進化的に安定な状態（ESS：Evolutionarily StableState）」であると呼ばれる．今回のシミュレーションは，先行研究と同じく，進化的安定状態を求めることを目的とする．

2．2　比例変動型ダイナミクス

まず基本となるダイナミクスを定式化する．時刻 t における人口分布を m = (mCM, mCV, mFM, mFV)とする．各成分mij (i = C,F；j = M,V)は各産業における各技能の人口比率であり，総和は1である．

$$mCM + mCV + mFM + mFV = 1$$

また，その時点での各々の成員の期待利益 uCM, uCV, uFM, uFV は，

$$uCM = (\alpha - 0.3*mCM - 0.5*mFM)/(mCM+mFM) \quad ---(1)$$

$$uCV = (\beta - 0.1*mCV - 0.5*mFV)/(mCV+mFV) \quad ---(2)$$

$$uFM = (\alpha - 0.5*mCM - 0.1*mFM)/(mCM+mFM) \quad ---(3)$$

$$uFV = (\beta - 0.5*mCV - 0.3*mFV)/(mCV+mFV) \quad ---(4)$$

で与えられている．ただし，α=β=0.5である．

人口分布mの変化は，時間軸を連続として，微分方程式

$$d(mij)/dt = mij*(uij - u)/u \quad （ただし，i= C,F；j = M,V） \quad ---(5)$$

で与えられるものとする．ただし，uは全人口を通じた平均利得である．

$$u = mCM*uCM + mCV*uCV + mFM*uFM + mFV*uFV \quad ---(6)$$

シミュレーションによる近似のために，時刻 t から微小時間Δtだけ経過したときの人口分布(mCM', mCV', mFM', mFV')を，次のように与える．

$$mij' = mij + \Delta t*mij*(uij - u)/u \quad （ただし，i= C,F；j = M,V） \quad ---(7)$$

以上のようなダイナミクスを，本稿では「比例変動型ダイナミクス」と呼ぶ．

２．３　人口変動の性質

ここで，人口mijの変動の性質について考察する．

１）まず，変動の総和は 0 である．

$$\Sigma mij*(uij - u)/u = (1/u)\{\Sigma mij*uij - u*\Sigma mij\} = (1/u)\{u - u\} = 0$$

つまり，ある成分mijが極端に増加すれば，その他の成分は減少する傾向になる．

２）つぎに，仮に時間の近似幅を$\Delta t = 1$と考えると，$mij' = mij + mij*(uij-u)/u = mij*uij/u$であるから，人口mij当たりの利得mij*uijに「完全に比例する方向」に変動しようとしていることが分かる．ところが，時間軸は連続であり，近似幅を小さく設定している（$\Delta t = 0.01 \sim 0.1$）ので，その方向にわずかに変動するだけである．これは，各成分mijの変化が急激には起こらず，慣性が働いていることを意味している．

３）利得uijが，それと異なるどの期待利得よりも小さいとき，平均値uよりも小さくなるので，変動 mij*(uij-u)/uは負である．したがってmijは減少する．

４）人口が $mij = 0$ のとき，式の形から，次の時刻でも$mij' = 0$ である．

したがって，比例変動型ダイナミクスは，青木・奥野の意味のダーウイニアンダイナミクスと同じである．ただし，２）の「比例方向への」微小変動に関しては，文献からは異同がはっきりしない．しかしながら，比例変動型ダイナミクスそのものは，Ｊ．メイナード・スミス(1985)などが行なっている生物学的な進化ゲームでは標準の定式化である．

２．４　シミュレーションの結果

以上の定式化をもとに，付録１のような手続き的プログラムを作成してシミュレーションを行なった（ただし，付録１の転職条件部分を除く）．その結果として，４つの進化的安定状態を確認することができた．図１は，人口分布の変動をあらわした状態遷移図である．図の座標は，(mCM, mCV, mFM +mFV)をあらわしている．

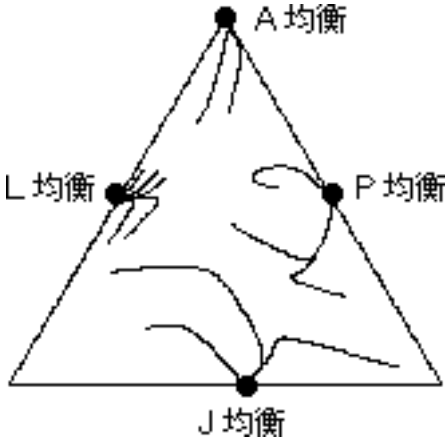

図１　比例変動ダイナミクスでの人口分布の状態遷移図
（４つの進化的安定状態がある）

ここでは，進化的安定状態について解説する．まず，人口分布m=(mij)が，時間に対して不変となる状態を，システム理論では定常状態というが，ここでは経済学的な意味で「定常均衡点」と称する．つまり，定常均衡点とは，d(mij)/dt= mij*(uij-u)/u= 0 を満たす人口分布のことである．

これらの均衡のうち，特に，漸近安定な状態を「進化的に安定な状態」と称する．したがって，状態遷移図（図１）のなかでは，Ａ均衡，Ｊ均衡，Ｐ均衡，Ｌ均衡の４つが進化的に安定な状態である．それぞれの均衡の意味は，先行研究を参照されたい．

さてここで問題なのは，これらの均衡が，何らの条件も付加せず得られることである．先行研究では，後述する「転職条件」を付加している．それは，専門技能Ｆをもつ成員が，利得の高い産業に瞬時に移動するという仮定のことである．この仮定を有力な武器として，均衡条件を推論している．しかしながら，われわれのダイナミクスでは，そのような付加的条件は一切なく，むしろ，すべての転職には慣性がかかることを組み込んでいる．

しかも，得られた９つの定常均衡点（４つの進化的安定状態を含む）が，先行研究（青木・奥野，p86，表１）と完全に一致するのである．具体的には，比例変動ダイナミクスの式（１）~（６）より，定常均衡点を手計算した（付録２）．とくに，式（５）により，「mij = 0 またはuij = u 」を場合わけすることがポイントである．

われわれの結論としては，すべての転職に慣性がかかるとき，Ａ均衡，Ｊ均衡，Ｐ均衡，Ｌ均衡の４つは，進化的に安定な状態である．

3　転職条件つきモデル

3．1　転職条件つきダイナミクス

以下では，先行研究と同じように，比例変動型ダイナミクスに加えて，つぎの「転職条件」を組み込むことにする．すなわち，専門技能 F をもつ成員は，前節のような慣性が働かず，産業を問わず利得の多いほうへ急速に移動することが可能であるとする．具体的には，つぎの式がいつでも成立するものとする．

もしも uFM >uFV ならば，「(mFM +mFV) を mFMに代入し， mFV = 0 とする」

もしも uFV >uFM ならば，「(mFM +mFV) を mFVに代入し， mFM = 0 とする」

以上の定式化をもとに，付録 1 のような手続き的プログラムを作成してシミュレーションを行なった（こんどは，転職条件部分を加えた）．その結果として，先行研究とは異なり，3 つの進化的安定状態を確認した．図 2 は，人口分布の変動をあらわした状態遷移図である．図の座標は，(mCM, mCV, mFM +mFV)をあらわしている．

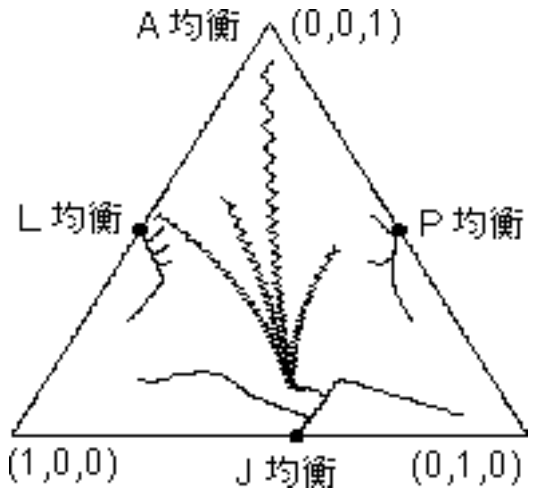

図 2　転職条件を付加したダイナミクスでの人口分布の状態遷移図
（A 均衡は進化的安定状態ではない）

状態遷移図（図 2 ）のなかでは，J 均衡，P 均衡，L 均衡の 3 つが進化的に安定な状態であるが，明らかに A 均衡は，進化的に安定ではない．ただし，A 均衡の人口分布は(0, 0, 0.54951, 0.45049)であるが，図 2 の第 3 成分は，実際の人口分布の第 3 成分と第 4 成分の和であるので(0,0,1)と表示されている．A 均衡の近傍から発する人口分布の遷移軌跡は，A 均衡そのものには向かわず，反対側の J 均衡に到達するようである．

３．２　A 均衡の安定性分析

なぜ転職条件付きダイナミクスのもとで，A 均衡が不安定になるのであろうか．ここでは，A 均衡の安定性分析をおこなう．A 均衡の近傍では，mCMとmCVはほとんど 0 であり，mFM+mFV はほとんど 1 である．また，uFM = uFV となるのは，直線 mFV = 5*mFM/(5+2*mFM)の付近だけである（付録２）ので，圧倒的にuFMとuFVが異なる場合が多い．したがって，転職条件から，mFMとmFVのどちらかが 0 である．

このような事情を考慮して，以下では，ε，ε'を 0 に近い正の微小な数とし，時刻 t での状態(mCM, mCV, mFM, mFV)が，(ε, ε', 1 -ε -ε', 0) である場合と，(ε, ε', 0, 1 -ε -ε') である場合に分けて分析をおこなう．

結果として，mFMとmFVの人口が激しく入れ替わりつつ，総体としてmFM + mFV が減少してゆくことがわかる．したがって，やはり A 均衡は進化的安定ではないことが判明する．

表１　m = (0.021830,0.035164,0.094301,0.848705)からの状態遷移
（ただし，Δt = 0.1 の場合）

		C M	C V	F M	F V
0	mij	0.021830	0.035164	0.094301	0.848705
1	uij	3.843078	0.081608	4.130292	0.257738
→	mij	0.031718	0.032061	0.936221	0
2	uij	0.023115	15.495513	0.403454	15.095513
→	mij	0.02863	0.085615	0	0.885755
3	uij	17.164126	0.049992	16.964126	0.197109
→	mij	0.099081	0.077692	0.823227	0
4	uij	0.063604	6.335684	0.399147	5.935684
→	mij	0.089935	0.129434	0	0.780631
5	uij	5.259571	0.106301	5.059571	0.220966
→	mij	0.15269	0.118578	0.728732	0
6	uij	0.101911	4.11665	0.397972	3.71665
→	mij	0.139382	0.16822	0	0.692398
7	uij	3.28727	0.159164	3.08727	0.241885
→	mij	0.19567	0.155502	0.648828	0

まず，時刻ｔでの状態が，(mCM, mCV, mFM, mFV) = (ε, ε', 1-ε -ε', 0) である場合を考える．mFMは，ほとんど1である．mFV = 0 だから，式(2)(4)より，

uCV = (β -0.1*mCV)/mCV ---(8)

uFV = (β -0.5*mCV)/mCV ---(9)

したがって，

uCV > uFV ---(10)

mCV*uCV = mCV*(β -0.1*mCV)/mCV = 0.5-0.1*ε' ≒ 0.5 ---(11)

mFV*uFV = 0---(12)

また，mCM = εは微小数で，mFMは 1 に近い数だから，式(1)(3)より，

uCM ≒ (α -0.5*mFM)/mFM ---(13)

uFM ≒ (α -0.1*mFM)/mFM ---(14)

したがって，

uFM > uCM ---(15)

mCM*uCM ≒ ε*(0.5 -0.5*mFM) ≒ ε*0 ≒ 0 ---(16)

mFM*uFM ≒ mFM*(0.5-0.1*mFM)/mFM ≒ 0.4 ---(17)

さらに，式(9)(14)より，

uFV ≒ (0.5-0.5*ε)/ε ≒ 0.5/ε

>> 0.4 ≒ (0.5-0.1*mFM)/mFM ≒ uFM ---(18)

よって，

uCV > uFV >> uFM > uCM ---(19)

(mCM*uCM, mCV*uCV, mFM*uFM, mFV*uFV) ≒ (0, 0.5, 0.4, 0)

u = mCM*uCM +mCV*uCV +mFM*uFM +mFV*uFV ≒ 0.9

(mCM*uCM/u,mCV*uCV/u, mFM*uFM/u,mFV*uFV/u) ≒ (0, 5/9,4/9,0)

さて，比例変動ダイナミクスでは，人口mij当たりの利得mij*uijに「完全に比例する方向」に変動しようとする．つまり，もとの状態(mCM, mCV, mFM, mFV) から，(mCM*uCM/u,mCV*uCV/u, mFM*uFM/u,mFV*uFV/u)の方向へ変動しようとする．

成分名	mCM, mCV, mFM, mFV
現在の状態	(ε, ε', 1-ε -ε', 0)
	増加↓ ↓減少
変動の方向	(0，5/9, 4/9 ，0)

現在の状態と変動の方向を比較すると，mCVは増加し，mFMは減少する．実際には，次の時刻ｔ＋Δｔにおける状態は，その「変動の方向」へわずかに変動するだけであるが，mCVが増加し，mFMが減少することには変わりない．また，uFV >> uFM（式１９）であるため，転職条件により，mFMとmFVの人口が入れ替わることになる．これは，初め，ほとんどＭ産業に従事していた専門技能Ｆをもつ成員たちが，Ｍ産業からＶ産業へむけて瞬時にシフトすることを意味す